

محاضرات الدفتر

القسم : رياضيات - صبر السنة : الرابعة المادة : نظرية المجموعات والمحاضرة : 5

نظرية المجموعات

لتكن A عائلة بولانية وليكن X مجموعة مرتبة في A يمكن تعريف σ نظرية

من A يعرف بالتركيب التالي :
 يعرف أن $x \in A$ بـ $\sigma(x) = \{u \in X ; x \in u\}$
 نوضح الآن أن σ هي مجموعة مرتبة في A (أي $\sigma(x) \subseteq \sigma(y)$ إذا وفقط إذا $x \subseteq y$)

نظرية المجموعات

كل عائلة بولانية σ التي هي مجموعة مرتبة مع σ هي مجموعة مرتبة بولانية

البرهان

لنرهن أن σ هي مجموعة مرتبة بولانية

$$\sigma : A \rightarrow P(X)$$

$$x \mapsto \sigma(x) = \{u \in X ; x \in u\}$$

$$\forall x, y \in A ; \sigma(xy) = \{u_i \in X ; xy \in u_i\}$$

$$= \{u_i \in X ; x \in u_i \text{ و } y \in u_i\}$$

$$= \{u_i \in X ; x \in u_i\} \cap \{u_i \in X ; y \in u_i\}$$

$$= \sigma(x) \cap \sigma(y)$$

$$\sigma(x) = \{u_i \in X ; x \in u_i\} = \{u_i \in X ; x \notin u_i\} = C \{u_i \in X ; x \in u_i\} = C \sigma(x)$$

وبالتالي σ هي مجموعة مرتبة بولانية

لنرهن أن σ هي مجموعة مرتبة بولانية أي $x, y \in A$ $\sigma(x) \subseteq \sigma(y)$ إذا وفقط إذا $x \subseteq y$

$$\sigma(x) \subseteq \sigma(y) \iff \sigma(x+y) = \emptyset$$

$$\Rightarrow \sigma(x+y) = X$$

لأننا نعلم $\sigma(x) \neq \emptyset$

$$\Rightarrow \sigma(x+y) = X \Rightarrow (x+y)' = 1 \Rightarrow x+y = 0$$

$$\Rightarrow x = y$$

وهذا ينتج أن σ هي مجموعة مرتبة بولانية وبالتالي σ هي مجموعة مرتبة بولانية مع

$\sigma(A)$ والتي هي عائلة بولانية جزئية من $P(X)$ (أو σ إذا لم يكن الترتيب)

محاضرات الدفتر

القسم :

السنة :

المادة :

المحاضرة :

المجموعة A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X

ملاحظة

إذا كانت المجموعة A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X، فإن المجموعة A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X.

$$A = \{X_i \mid X_i \subseteq X\}$$

أي أن A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X.

إذا كانت A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X، فإن A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X.

مبرهن

إذا كانت A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X، فإن A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X.

البرهان

لنكن A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X، فإن A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X.

$$A = \{X_i \mid X_i \subseteq X\}$$

لنكن A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X، فإن A هي مجموعة من المجموعات الجزئية لـ X.

$$A = \{X_i \mid X_i \subseteq X\}$$

محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

فرضنا \mathcal{A} هي مجموعة من n عناصر $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ونفرض $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ هي مجموعة كل القوى من \mathcal{A} ونفرض $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_n\}, \mathcal{A}\}$ ونفرض $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ هي مجموعة كل القوى من \mathcal{A} ونفرض $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_n\}, \mathcal{A}\}$ ونفرض $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ هي مجموعة كل القوى من \mathcal{A} ونفرض $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_n\}, \mathcal{A}\}$

نتائج :

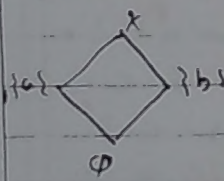
(1) عدد عناصر حلقة بولائية منتهية \mathcal{A} يكون 2^n حيث n عدد عناصر المجموعة

أمثلة :

- (1) $\mathcal{A} = \{a\}$ من أربعة عناصر $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \{\emptyset, \{a\}, \mathcal{A}\}$ عدد عناصره هو 4
- (2) $\mathcal{A} = \{a, b\}$ من خمسة عناصر $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \mathcal{A}\}$ عدد عناصره هو 5
- (3) $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$ من ستة عناصر $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \mathcal{A}\}$ عدد عناصره هو 8

(2) جميع الحلقات البولائية المنتهية التي لا تقل عدد عناصرها عن 2 تكون أبز ومرتبة فيما بينها وأبز ومرتبة مع $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ حيث \mathcal{A} مجموعة مؤلفة من n عنصر

(3) متى كان العدد الطبيعي $n > 1$ توجد حلقات بولائية على 2^n عناصر و n مؤمر مرتبة



مثال $n = 2$ $\mathcal{A} = \{a, b\}$ $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \mathcal{A}\}$ $\mathcal{A} = \{a, b\}$ $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \mathcal{A}\}$ $\mathcal{A} = \{a, b\}$ $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \mathcal{A}\}$

تمرين :

لكن \mathcal{A} هي بولائية لفرع \mathcal{A} الحلقات الجبرية

$$x \rightarrow y = x \vee y \quad x \leftarrow y = (x \rightarrow y) \rightarrow y$$

(1) برهن أن $x \rightarrow y$ هي $x \vee y$

$$x \rightarrow y = x \vee y$$

$$(x \rightarrow y) \rightarrow y = x \vee y$$

محاضرات الدفتر

القسم :

السنة :

المادة :

المحاضرة :

١٦. إذا أخذنا المجموعة المولدة من $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$ (أو من الحقة
عشر زوجاً من الحلق في المسألة الأخيرة التي تعرف إلى ما قبل الحقة السابقة)